

پاسخنامه تشریحی

۱- با تعیین x تک تک اعضا را به دست می آوریم:

$$A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right\}$$

$$B = \{2, 4, 8, \dots\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D = \{3, 8, 13, 18, 23, \dots\}$$

۲- با توجه به محدوده a مقدار قدر مطلقها را تعیین می کنیم:

$$|4 - a| \xrightarrow{4 < a} -(4 - a) = a - 4$$

$$|a - 7| \xrightarrow{a < 7} -(a - 7) = 7 - a$$

$$|2a - 14| = 2|a - 7| \xrightarrow{a < 7} -2 \times (a - 7) = 14 - 2a$$

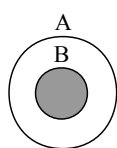
$$|4 - a| + |a - 7| - |2a - 14| = (a - 4) + (7 - a) - (14 - 2a) =$$

$$a - 4 + 7 - a - 14 + 2a = 2a - 11$$

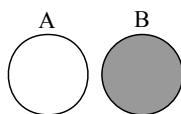
۳-

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = |x| - |y| = x - (-y) = x + y$$

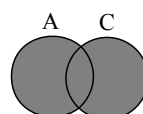
-۴



$$A \cap B = B$$



$$B - A = B$$



$$(A - C) \cup C = A \cup C$$

-۵

$$\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 4} + \sqrt{2 \times 64} - \sqrt{2 \times 25} = 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

۶- ابتدا مشخص می کنیم $\sqrt{77}$ بین کدام دو عدد است پس به $11 + \sqrt{77}$ می رسم:

$$\sqrt{64} < \sqrt{77} < \sqrt{81} \rightarrow 8 < \sqrt{77} < 9$$

$$\rightarrow 8 + 11 < \sqrt{77} + 11 < 9 + 11 \rightarrow 19 < 11 + \sqrt{77} < 20$$

۷- الف)

$$A \cap B = \{7, 11\}$$

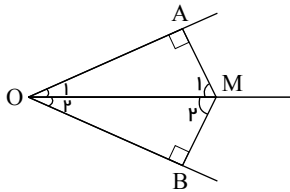
$$B \cap C = \{3, 7, 11\} \Rightarrow (A \cap B) - (B \cap C) = \emptyset$$



(ب)

$$A \cap B \cap C = \{7, 11\}$$

-۸



$$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \quad \text{و} \quad \hat{O}_1 = \hat{O}_2 : \text{فرض}$$

$$AM = BM : \text{حکم}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (OM \text{ نیمساز } \angle AOB) \\ OM = OM \quad \text{مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle OMA \cong \triangle OMB$$

اجزا متناظر

$$\rightarrow AM = BM$$

۹- برای آنکه حالتی فراموش نشود با یک نظم فکری جلو می‌رویم، اگر یک تاس یک یا دو باشد تاس دوم هر مقداری باشد همجمع کمتر از ۹ است پس با مقدار سه شروع می‌کنیم:

طبق جدول زیر ۱۰ حالت مجموع بزرگتر مساوی ۹ می‌شود و کل حالات هم ۳۶ است پس احتمال آنکه مجموع دو تاس بزرگتر مساوی ۹ شود برابر است با:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

تاس ۱	تاس ۲
۳	۶
۴	۵
۴	۶
۵	۴
۵	۵
۵	۶
۶	۳
۶	۴
۶	۵
۶	۶

-۱۰

$$3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 1$$

۱۱- الف)

$$\circ < x < 1 \rightarrow \overbrace{|x-1|}^{\text{منفی}} = -(x-1) = -x+1$$

$$\circ < x < 1 \rightarrow |x| = x$$

$$\rightarrow -x+1+x+2=3$$



(ب)

$$a = 0,5$$

$$b = -1,5$$

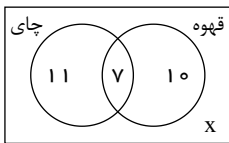
$$c = -0,25$$

$$|0,5 - 1,5| + 3| - 1,5 - 0,5 + 0,25| = |-1| + 3|-1,75| = 1 + 3(1,75) = 6,25$$

۱۲- با توجه به نمودار زیر داریم:

$$11 - 7 = 11 : \text{تعداد افرادی که فقط چای خورده‌اند.}$$

$$17 - 7 = 10 : \text{تعداد افرادی که فقط قهوه خورده‌اند.}$$



$$x + 11 + 7 + 10 = 30 \rightarrow x = 2 \text{ نفر نه چای خورده‌اند و نه قهوه}$$

۱۳- نکته: تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

طبق گفته سوال خواهیم داشت:

$$2^{n+2} = 2^n + 768 \rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 768$$

$$\rightarrow 2^n(2^2 - 1) = 768 \rightarrow 2^n \times 3 = 768$$

$$\rightarrow 2^n = \frac{768}{3} = 256 = 2^8 \rightarrow n = 8$$

۱۴-

$$\begin{array}{ccc} \text{قرمز} & \text{آبی} & \text{سبز} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{تعداد کل مهره‌ها: } 3 + 4 + 5 = 12 \end{array}$$

(الف)

$$P(A) = \frac{\text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} : \text{احتمال آبی بودن مهره}$$

(ب)

$$P(B) = \frac{\text{تعداد مهره‌های قرمز} + \text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{4 + 3}{12} = \frac{7}{12} : \text{احتمال اینکه سبز نباشد}$$

$$P(C) = \frac{\text{تعداد مهره‌های قرمز} + \text{تعداد مهره‌های سبز}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{3 + 5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} : \text{قرمز یا سبز باشد}$$