

سوالات

ردیف

۱- درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

(الف) در خط  $1 = x + 2y$  و  $3 + 2x = y$  بر هم عمودند. (✓...)

(ب) هم دامنه ی تابع زیر مجموعه ای از برد آن است. (X...)

(ج) هر تابع درجه ی دوم یک به یک است. (X...)

(د)  $\cos \alpha + \cos(\pi - \alpha) = 0$ . (✓...)

در جای خالی کلمات مناسب قرار دهید.

(الف) دامنه ی تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  برابر است با  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

(ب) در مستطیل طلائی، نسبت طول به عرض برابر است با مجموع طول عرض به طول (نسبت طلایی).

(ج) حاصل ضرب ریشه های معادله ی  $0 = 3x + 4x^2 + 8 = 0$  برابر ..... است

(د) در دایره ای به شعاع ۳ متر، اندازه ی زاویه ی مرکزی رو به کمان ۱۲ متر برابر ..... رادیان است

آیا دو تابع زیر با هم مساوی هستند؟ بنویسید

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2}$$

$$Dg: x^2 \geq 0 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

دامنه و ضابطه برابر است

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله ی  $0 = x^2 + x - 3 = 0$  باشند حاصل عبارت های زیر را بیابید.  $\alpha + \beta = -1$   $\alpha\beta = -3$

$$\frac{3\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{3(-3)}{-1} = 9$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 6 = 7$$

$A(0, 8)$  و  $B(8, 6)$  نقاط دو سر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.

$$\begin{cases} \frac{8+0}{2} = 4 \\ \frac{6+8}{2} = 7 \end{cases}$$

$$r = OA = \sqrt{(4-0)^2 + (7-8)^2} = \sqrt{17}$$

مجموع همه ی اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۵ را بنویسید.

۱/۵

$$10 + 15 + \dots + 95 =$$

$$n=18$$

$$a_1=10$$

$$d=5$$

$$a_n=95$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(10+95) = 945$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(2(10) + 17(5)) = 945$$

۶

۱

$$\left( \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-3x} + \frac{2}{x} \right) x(x-2)$$

معادلات زیر را حل کنید.  $D: \mathbb{R} - \{0, 2\}$

$$x^2 - x = x + 1 + 2x - 2 \rightarrow$$

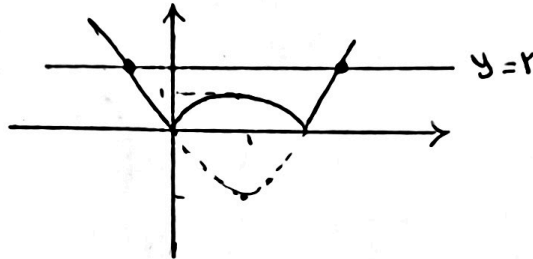
$$x^2 - 4x + 2 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

معادله جواب ندارد

۷

۱/۵

نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x| = 2$  را حل نمایید.



$$x^2 - 2x = 2$$

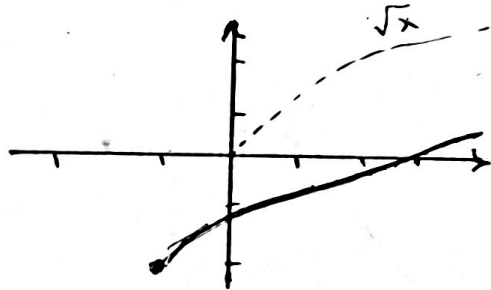
$$x^2 - 2x + 1 - 1 = 2$$

$$(x-1)^2 - 1 = 2$$

۸

۱/۵

نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$  را به کمک انتقال رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.



$$D_f: [-1, +\infty)$$

$$R_f: [-2, +\infty)$$

۹

$$-2 \leq x < 1 \rightarrow -2 \leq [x] < 1$$

$$-2 \leq [x] < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow -2 \leq x < -1$$

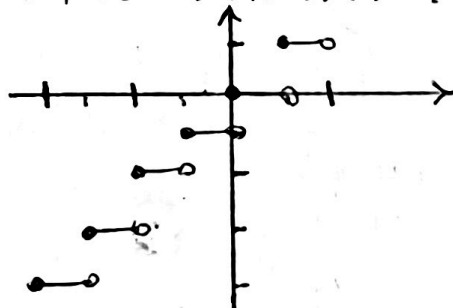
$$-2 \leq [x] < -1 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow -1 \leq x < 0$$

$$-1 \leq [x] < 0 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$0 \leq [x] < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$1 \leq [x] < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 1 \leq x < 2$$

نمودار تابع  $f(x) = [2x]$  را در بازه  $[-2, 1]$  رسم کنید.



۱۰

ضابطه ی تابع وارون  $f(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$  را به دست آورید.

$$y + 5 = -\sqrt{3x+1} \rightarrow$$

$$(y+5)^2 = 3x+1 \rightarrow$$

$$\frac{(y+5)^2 - 1}{3} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3}$$

$$D_f: [-1/3, +\infty)$$

$$R_f: (-\infty, -5]$$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, -5]$$

۱۱

اگر  $f(x) = \sqrt{x-3}$  و  $g(x) = x^2 + 1$  باشند حاصل  $f+g$  و  $f \times g$  را به دست آورید.

$D_g: \mathbb{R}$      $D_f: x \geq 3$

$f \times g(x) = f(x) \times g(x) = 1 \times 17 = 17$

$D_f \cap D_g = \{x \mid x \geq 3\}$

$f + g(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{x} + 24$

۱۲

اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = 2x^2 - 1$  باشند.

الف) دامنه‌ی تابع  $f \circ g$  را مشخص کنید.  $D_g: \mathbb{R}$      $D_f: x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 1 \geq 1\}$

$x \geq 1, x \leq -1$

ب) ضابطه‌ی تابع  $f \circ g$  را بنویسید.

$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x)-1} = \sqrt{2x^2-1-1} = \sqrt{2x^2-2}$

۱۳

طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی متر است. اگر برف پاک کن کمانی به اندازه‌ی ۶۰ درجه طی کند آنکاه طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟ ( $\pi \approx 3$ )

$L = \frac{\alpha}{360} \times 2\pi r = \frac{60}{360} \times 2\pi r = \frac{1}{3} \times 2 \times 3.14 \times 25 = 26.08 \text{ cm}$

۱۴

حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.  $\cot(-(\pi - \pi/4)) = -\cot(\pi - \pi/4)$

$\tan(\frac{7\pi}{3}) \cos(-\frac{3\pi}{4}) + \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) \cot(\frac{\pi}{3} - 2\pi) =$

$\tan(\pi - \pi/4) \cos(\pi - \pi/4) + \sin(\pi - \pi/4) (-\cot(\pi - \pi/4)) =$

$(-\tan \pi/4) (-\cos \pi/4) + (-\sin \pi/4) (\cot \pi/4) = (-\sqrt{3})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) - \frac{\sqrt{2}}{2} (\frac{\sqrt{2}}{2}) =$

$\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

۱۵